

Introducción

Las distribuciones diamétricas son un factor importante en la caracterización del rodal, ya que el diámetro generalmente está correlacionado con otras variables de interés como la altura, volumen, biomasa, etc., y esto permite conocer el tipo de productos que pueden obtenerse del bosque. El uso de las funciones de densidad de probabilidad (*FDP*) para estimar el número de árboles por clase diamétrica junto con la medición de algunas variables del rodal (altura dominante, altura media, área basal, etc.) resultan útiles para reducir los costos de los inventarios forestales y mejorar las predicciones de los modelos de crecimiento existentes.

El propósito de modelar con precisión la distribución diamétrica es estimar los parámetros de la *FDP* que determina la distribución diamétrica del rodal en un momento específico del tiempo (edad o un año en particular). Por tanto, los parámetros de la *FDP* pueden ser estimados por dos métodos: (i) en forma explícita mediante la predicción de parámetros, i.e., a partir de modelos lineales usando atributos del rodal como variables predictoras, y (ii) usando la técnica indirecta conocida como recuperación de parámetros.

En la actualidad existen varios estudios que comparan la precisión lograda con los métodos de predicción y recuperación de parámetros, sin embargo, estas investigaciones se han desarrollado en plantaciones y masas forestales con una o dos especies. Por tanto, para los bosques naturales de la SMO donde existe una alta mezcla de especies son escasos los trabajos reportados (Corral-Rivas et al., 2015), de ahí la importancia de estudiar estas metodologías para evaluar diferentes alternativas de modelación implícita del crecimiento y rendimiento en volumen por unidad de superficie en los bosques naturales del suroeste de Durango, México.

Así, los objetivos de este estudio fueron analizar la capacidad de ajuste de las *FDP* Weibull, Beta y *S_B* Johnson y reconstruir la distribución diamétrica futura con el método de recuperación de parámetros.

Materiales y Métodos

El área de estudio comprende el ejido La Victoria, localizado al suroeste del estado de Durango entre las coordenadas geográficas 105° 25' 39.465" LO y 23° 43' 53.022" LN. La altura sobre el nivel del mar fluctúa entre 2 400 y 2 850 m. El clima predominante es templado semifrío con lluvias en verano. La precipitación media anual varía de 900 a 1 200 mm y la temperatura media anual fluctúa de 5 a 18 °C.

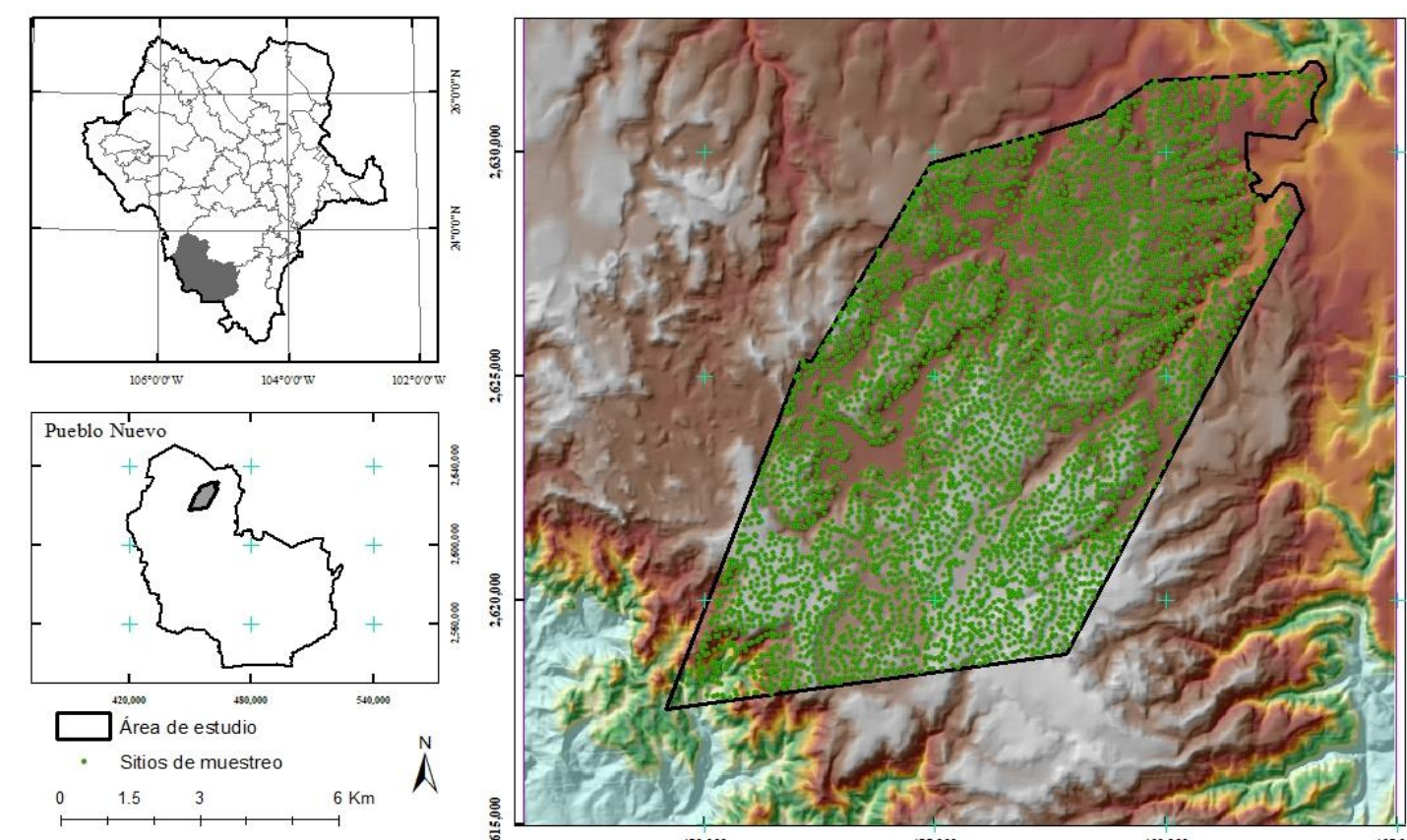


Figura 1. Localización del área de estudio

- **Datos:** 2,252 sitios de muestreo temporal distribuidos en 518 unidades de manejo (rodales), que fueron colectados en el inventario forestal maderable del ejido La Victoria durante 2016 y 2017.
- **Especies:** 15 especies de coníferas y latifoliadas; *Pinus cooperi* C. E. Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. teocote* Schl. & Cham., *P. engelmannii* Carr., *P. ayacahuite* Ehrenb. ex Schtdl., *P. herrerae* Martínez y *Juniperus deppeana* Steud., *Alnus acuminata* Kunth, *Arbutus xalapensis* Kunth., *Q. durifolia* Seemen ex Loes., *Q. sideroxyla* Humb., *Quercus obtusata* Bonpl., *Quercus coccolobifolia* Trel., *Quercu viminea* Trel. y *Quercus candicans* Née).

Modelos

En este trabajo se probó la bondad de ajuste de tres de las *FDP* de más amplio uso en el campo forestal (Ogana et al., 2020) siendo las siguientes:

1. *FDP* Weibull de dos parámetros

$$F(x) = \int_0^x \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \cdot dx = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

donde:

$F(x)$ = frecuencia relativa acumulada de la variable aleatoria x .
 b y c = parámetros de escala y forma respectivamente.

Los fueron estimados por dos métodos: (i) máxima verosimilitud, y (ii) momentos.

2. *FDP* *S_B* Johnson

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\lambda}{(x-\varepsilon)(\varepsilon+\lambda-x)} e^{-\frac{1}{2} \left[\gamma + \delta \cdot \ln \left(\frac{x-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-x} \right) \right]^2};$$

donde:

$f(x)$ = frecuencia relativa de la variable aleatoria x .

ε , λ = parámetros de localización y escala respectivamente.

γ , δ = parámetros de forma que expresan la asimetría y curtosis respectivamente.

Los parámetros fueron estimados por el método de momentos (MM) de Scolforo et al. (2003) considerando el valor del parámetro de localización (ε) como el diámetro mínimo de la distribución y el valor del parámetro de escala (λ) como la diferencia entre al valor máximo y mínimo de la distribución (rango).

3. *FDP* Beta

$$f(x) = c(x - \varepsilon)^\alpha (\lambda - x)^\gamma; \varepsilon \leq x \leq \lambda(\varepsilon + \lambda)$$

donde:

$f(x)$ = frecuencia relativa de la variable aleatoria x .

ε , λ = parámetros de localización y escala respectivamente.

c = factor de escala de la función.

α , γ = primer y segundo exponente que determinan la forma de la distribución respectivamente

El análisis de la capacidad de ajuste de las *FDP* se basó en comparaciones numéricas y gráficas de los errores (residuos). Los estadísticos utilizados para evaluar la bondad de ajuste fueron: (i) sesgo medio (SM) y (ii) raíz del error medio cuadrático (REMC). Además, para validar si las frecuencias acumuladas empíricas y teóricas son similares se usó la prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS) (Sokal & Rohlf, 1981).

La modelación de los parámetros de la distribución futura fue mediante la metodología de los momentos de Shifley & Lentz, (1985).

Resultados y conclusiones

Ajuste y evaluación de las *FDP*

El cuadro 1 presenta los estadísticos usados para evaluar la calidad del ajuste, así como el número y porcentaje de parcelas de muestreo que superaron la prueba de KS (número de parcelas similares en la distribución diamétrica teórica y observada) para las *FDP* evaluadas.

Cuadro 1. Bondad de ajuste de las *FDP* evaluadas en etapa de ajuste de parámetros

<i>FDP</i>	SM	REMC	KS (n)	KS (%)
Weibull (MM)	0.10	0.29	1595	70.8
Weibull (ML)	0.10	0.30	1509	67.0
<i>S_B</i> Johnson	0.11	0.30	1351	60.0
Beta	0.16	0.96	742	32.9

SM = Sesgo medio (cm); REMC = Raíz del error medio cuadrático; KS (n) y KS (%) = número y porcentaje de parcelas que superaron la prueba de Kolmogorov-Smirnov de un total de 2 252 respectivamente; MM = Método de momentos; ML = Método de Máxima verosimilitud.

Estos resultados reflejan la flexibilidad y parsimonia de la *FDP* Weibull debido a que solo requiere la estimación de dos parámetros en comparación a cuatro parámetros que deben ser estimados en las *FDP* Beta y *S_B* Johnson. Por otro lado, cuando analizamos las metodologías de ajuste de los parámetros de la *FDP* Weibull se observó una ganancia marginal en el número de parcelas que superaron la prueba de KS mediante el uso del MM (70.8%) en contraste con el de ML (67.0%).

Modelación de la distribución diamétrica

La estimación de los parámetros (escala y forma) de la *FDP* Weibull mediante la metodología de recuperación de parámetros con el MM presentó simplicidad y resultados deseables de acuerdo a los estadísticos de bondad de ajuste. En esta etapa el 62% de las parcelas de muestreo superaron la prueba de KS para un nivel de significancia del 20% (1,394 parcelas de muestreo), este resultado da validez e idoneidad a la *FDP* Weibull para describir adecuadamente el amplio rango de formas que toman las distribuciones diamétricas de los bosques sometidos a manejo forestal en cualquier etapa de su desarrollo.

Puesto que el diámetro promedio de un rodal siempre es menor o igual que su diámetro promedio cuadrático, la relación que mejor ajuste presento fue:

$$\bar{d} = d_g - \exp(\beta_0 + \beta_1 * N + \beta_2 * G + \beta_3 * RS)$$

donde; d_g = diámetro promedio cuadrático (cm), N = número de árboles por hectárea, G = área basal ($m^2 ha^{-1}$) y, RS = índice de espaciamento relativo (%).

El ajuste de la ecuación [19] es adecuado ya que los valores del coeficiente de determinación (R^2) y de la REMC obtenidos fueron de 0.933 y 0.722 cm, respectivamente.

Por último, se realizó un proceso de validación derivado de la representación de la evolución del sesgo medio y la raíz del error medio cuadrático por clases diamétricas obtenidos en la etapa de ajuste y modelación de los parámetros de la *FDP* Weibull (Figura 2).

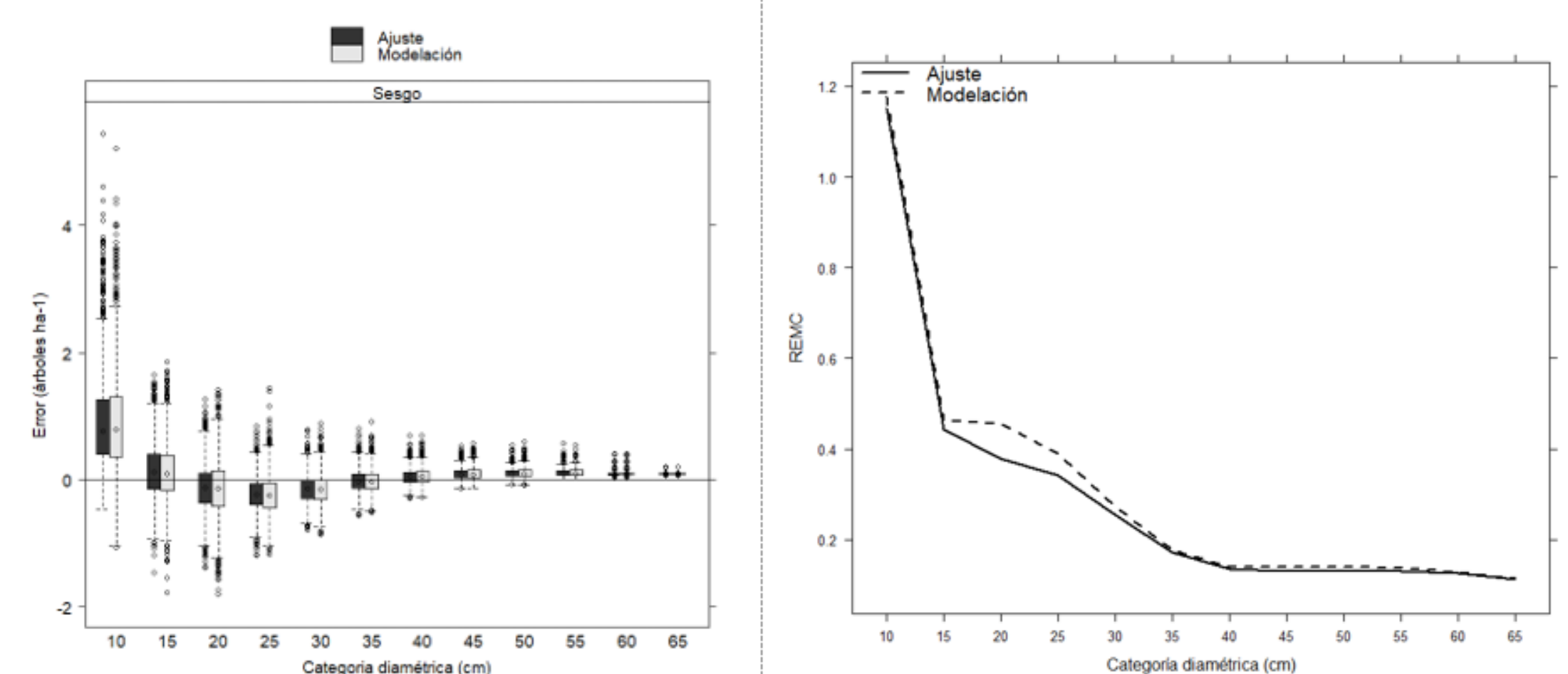


Figura 2. Evolución del sesgo medio y raíz del error medio cuadrático por clase diamétrica con la *FDP* Weibull en la fase de ajuste y modelación de los parámetros

Conclusiones

La metodología seleccionada para estimar los parámetros de la *FDP* Weibull (bi-paramétrica) permite estimar con adecuada precisión el número de árboles por categoría diamétrica a nivel de unidad de superficie. Además, esta *PDP* es sencilla de implementar en los modelos de crecimiento e incremento con el objetivo de estimar los productos que se obtendrán del bosque en un determinado momento (edad), por lo que representa herramienta silvícola valiosa para planificar el manejo forestal sustentable de las masas mixtas e irregulares de Pueblo, Nuevo, Durango, México.

Referencias

- Corral-Rivas, S., J.G. Álvarez G., J.J. Corral-Rivas., & C.A. López S. 2015. Characterization of diameter structures of natural forests of northwest of Durango, Mexico. *Rev. Chapingo Ser. Cien. For. y del Amb.* 21(2): 221-236.
- Loetsch, F., F. Zöhner., & K.E. Haller. 1973. Forest inventory 2. Verlagsgesellschaft. BLV. Munich. 469 pp.
- Ogana, F.N. 2020. A percentile-based estimator for the log-logistic function: Application to forestry - Forestry Studies | *Metsanduslikud Uurimused.* 72:107-120.
- Scolforo, J.R.S., F.C. Vitti., R.L. Grisi., F. Acerbi., & A.L. De Assis. 2003. SB distribution's accuracy to represent the diameter distribution of *Pinus taeda*, through five fitting methods. *For Ecol Manage.* 175: 489-496.
- Shifley, S.R., & E.L. Lentz. 1985. Quick estimation of the three parameter Weibull to describe tree size distributions. *For Ecol Manage.* 13: 195-203.
- Sokal, R., & F. Rohlf. 1981. Biometry. 2nd edition W.H. Freeman and Company. New York.